EXCOSUP

CONCOURS MÉDECINE & DENTISTERIE — BELGIQUE · SESSION 2025

Annale 2025 corrigée — Mathématiques

Énoncés : d'après l'épreuve officielle ARES, session 2025. **Corrigés détaillés :** rédigés par l'équipe pédagogique EXCOSUP.
Les énoncés restent la propriété de l'ARES ; les corrigés sont un travail original EXCOSUP.

Énoncés

QCM 1

Le prix d'entrée pour une pièce de théâtre était de 10 euros pour les étudiants, 15 euros pour les seniors et 20 euros pour toutes les autres personnes.

On sait que parmi les 500 billets qui ont été vendus, pour un total de 6 500 euros, il y avait trois fois plus de billets au tarif étudiant que de billets au tarif senior.

Quel est, en euros, le montant obtenu par la vente des billets au tarif étudiant ?

(A) 2100
(B) 3300
(C) 3000
(D) 1800

QCM 2

On considère la fonction f définie pour tout nombre réel $x \neq 0$, vérifiant :

$f(1) = 1$

et dont la dérivée vaut :

$f'(x) = x^3 - 3/x^4$

Que vaut $f(2)$?

(A) 2
(B) 33/8
(C) 1/3
(D) 31/8

QCM 3

Un hôpital emploie 2 000 personnes soignantes. La répartition est : 50 % infirmières, 25 % médecins, 25 % personnel psychosocial.

Le nombre d'infirmières est insuffisant. L'hôpital décide de remplacer 20 % de son personnel psychosocial par des infirmières.

Quel pourcentage du personnel soignant seront des infirmières après ce changement ?

(A) 55 %
(B) 60 %
(C) 70 %
(D) 80 %

QCM 4

Dans un grand lac, l'évolution du nombre de truites $N(t)$ ($N(t) > 0$) au cours du temps t (en années) obéit à :

$N'(t) = 0{,}3\,N(t) - 0{,}06\,t{\cdot}N(t)$

où N' désigne la dérivée de N par rapport au temps t.

Pendant combien d'années le nombre de truites augmentera dans ce lac ?

(A) 5
(B) 16,67
(C) 33,33
(D) Le nombre de truites augmentera toujours dans ce lac

QCM 5

On considère l'équation, pour x réel :

$\cos(x^2) + \sin(x^2) = 1$

Dans les propositions suivantes, quel ensemble fait partie de l'ensemble des solutions de cette équation ?

(A) $\{\sqrt{((2k+1)\cdot\pi/4)} : k = 0, 1, 2, \dots\}$
(B) $\{\sqrt{(\pi/2 + 2k\pi)} : k = 0, 1, 2, \dots\}$
(C) $\{\sqrt{(k\cdot\pi/2)} : k = 0, 1, 2, \dots\}$
(D) $\mathbb{R}$

QCM 6

On considère l'équation :

$x = \sqrt{(1 + \sqrt{(1 + x)})}$

Parmi les propositions suivantes, quel ensemble représente l'ensemble des solutions ?

(A) $\{ (1 - \sqrt{5})/2 ; (1 + \sqrt{5})/2 \}$

(B) $\{ (1 - \sqrt{5})/2 \}$

(C) $\{ (1 + \sqrt{5})/2 \}$

(D) $\{ -1 ; (1 - \sqrt{5})/2 ; (1 + \sqrt{5})/2 \}$

QCM 7

Dans un plan muni d'un repère cartésien orthonormé, on considère la droite d de pente $m = \sqrt{2}$ passant par le point $(-3 ; \sqrt{2})$ et la droite d' perpendiculaire à d et passant par le point $(0 ; 3)$.

Que vaut l'abscisse du point d'intersection de d' avec l'axe des abscisses ?

(A) $3\sqrt{2}$

(B) $3 + 3\sqrt{2}$

(C) $3 - 3\sqrt{2}$

(D) $3/\sqrt{2}$

QCM 8

Quelle est la valeur de l'expression $\cos(17\pi/3)$, parmi les propositions ci-dessous ?

(A) $-\sqrt{3}/2$

(B) $-1/2$

(C) $1/2$

(D) $\sqrt{3}/2$

QCM 9

Un jeune enfant s'amuse avec une calculatrice à faire des additions de nombres de plus en plus grands. Il commence par 1 + 1, puis additionne le résultat à lui-même, et recommence à chaque étape.

Il effectue ainsi successivement : 1 + 1, 2 + 2, 4 + 4, et ainsi de suite.

Si n est un nombre entier non nul désignant le nombre d'étapes, quel est le résultat obtenu par l'enfant après n étapes ?

(A) $2n$

(B) n^2

(C) 2^n

(D) 2^{2n}

QCM 10

Dans le plan euclidien, on considère quatre points P, Q, R, S qui forment un carré PQRS de côtés de longueur 2.

Que vaut le produit scalaire des vecteurs PQ et RP ?

(A) −4
(B) −2
(C) 2
(D) 4

Corrigés détaillés

QCM 1 **C BONNE RÉPONSE : 3000 euros**

Posons x = nombre de billets seniors. Alors $3x$ = billets étudiants, et $500 - 4x$ = billets des autres personnes.

Équation : $10 \times 3x + 15 \times x + 20 \times (500 - 4x) = 6\,500$
$\Leftrightarrow 30x + 15x + 10\,000 - 80x = 6\,500$
$\Leftrightarrow -35x = -3\,500 \Leftrightarrow x = 100$ billets seniors.

Donc $3x = 300$ billets étudiants, soit $300 \times 10 = 3\,000$ euros.

A : 2 100 € correspondrait à 210 billets étudiants ✗

B : 3 300 € correspondrait à 330 billets étudiants ✗

C : 3 000 € ✓

D : 1 800 € correspondrait à 180 billets étudiants ✗

QCM 2 **D BONNE RÉPONSE : 31/8**

On intègre $f'(x) = x^3 - 3x^{-4}$: $f(x) = x^4/4 + 1/x^3 + C$ (en effet, la dérivée de x^{-3} est $-3x^{-4}$).

On utilise $f(1) = 1$: $1/4 + 1 + C = 1 \Rightarrow C = -1/4$.

Donc $f(x) = x^4/4 + 1/x^3 - 1/4$.

$f(2) = 16/4 + 1/8 - 1/4 = 32/8 + 1/8 - 2/8 = 31/8$.

A : 2 ✗ B : 33/8 (oubli de la constante −1/4) ✗ C : 1/3 ✗ D : 31/8 ✓

QCM 3 **A BONNE RÉPONSE : 55 %**

Le personnel psychosocial représente 25 % de 2 000 = 500 personnes ; les infirmières sont 50 % de 2 000 = 1 000.

On remplace 20 % de 500 = 100 personnes du psychosocial par des infirmières. L'effectif total reste de 2 000 personnes.

Les infirmières passent de 1 000 à 1 100. Pourcentage : 1 100/2 000 = 0,55 = 55 %.

A : 55 % ✓

B : 60 % supposerait 200 infirmières de plus ✗

C : 70 % ✗

D : 80 % ✗

QCM 4 **A BONNE RÉPONSE : 5 ans**

Le nombre de truites augmente tant que $N'(t) > 0$.

$N'(t) = N(t) \times (0{,}3 - 0{,}06t)$. Comme $N(t) > 0$, $N'(t)$ a le signe de $0{,}3 - 0{,}06t$.

$0{,}3 - 0{,}06t > 0 \Leftrightarrow t < 0{,}3/0{,}06 = 5$. Le nombre de truites augmente pendant 5 ans, puis diminue.

A : 5 ans ✓

B, C : 16,67 et 33,33 ne correspondent pas à l'annulation de $0{,}3 - 0{,}06t$ ✗

D : pour $t > 5$, $N'(t) < 0$ ✗

QCM 5 **B** **BONNE RÉPONSE : { √(π/2 + 2kπ) : k = 0, 1, 2, … }**

On pose $y = x^2$. L'équation devient $\cos(y) + \sin(y) = 1$.

Or $\cos(y) + \sin(y) = \sqrt{2}\cdot\sin(y + \pi/4)$, donc $\sin(y + \pi/4) = \sqrt{2}/2$, soit $y = 2k\pi$ ou $y = \pi/2 + 2k\pi$.

Pour tout $k \geq 0$, $x = \sqrt{(\pi/2 + 2k\pi)}$ vérifie $\cos(x^2) + \sin(x^2) = 0 + 1 = 1$: l'ensemble B est inclus dans l'ensemble des solutions.

A : pour $k = 0$, $x^2 = \pi/4$ et $\cos(\pi/4) + \sin(\pi/4) = \sqrt{2} \neq 1$ (ce qui exclut aussi D = $\mathbb{R}$) ✗

B : ✓

C : pour $k = 2$, $x^2 = \pi$ et $\cos(\pi) + \sin(\pi) = -1 \neq 1$ ✗

D : $x = \sqrt{(\pi/4)}$ est un réel qui n'est pas solution ✗

QCM 6 **C** **BONNE RÉPONSE : { (1 + √5)/2 }**

Puisque $x = \sqrt{(1 + \sqrt{(1 + x)})}$, x est une racine carrée, donc $x \geq 0$ (et même $x \geq 1$).

Cela élimine $x = -1$ et $x = (1 - \sqrt{5})/2 < 0$: les réponses A, B et D sont exclues.

$x = (1 + \sqrt{5})/2$ vérifie $x^2 = x + 1$, donc $\sqrt{(1 + x)} = x$ et $\sqrt{(1 + \sqrt{(1 + x)})} = x$: c'est bien une solution.

A : contient $(1 - \sqrt{5})/2 < 0$ ✗

B : $(1 - \sqrt{5})/2 < 0$ ✗

C : ✓

D : contient -1 et $(1 - \sqrt{5})/2$, négatifs ✗

QCM 7 **A** **BONNE RÉPONSE : 3√2**

La pente de d est $m = \sqrt{2}$. La droite perpendiculaire d' a une pente $m' = -1/m = -1/\sqrt{2}$.

d' passe par (0 ; 3), donc son équation est : $y = -x/\sqrt{2} + 3$.

Intersection avec l'axe des abscisses ($y = 0$) : $0 = -x/\sqrt{2} + 3 \Rightarrow x/\sqrt{2} = 3 \Rightarrow x = 3\sqrt{2}$.

Le point $(-3 ; \sqrt{2})$ ne sert qu'à définir d : il n'intervient pas dans l'équation de d'.

A : $3\sqrt{2}$ ✓ B : $3 + 3\sqrt{2}$ ✗ C : $3 - 3\sqrt{2}$ ✗ D : $3/\sqrt{2}$ (erreur de pente : on aurait pris $m' = -\sqrt{2}$) ✗

QCM 8 **C** **BONNE RÉPONSE : 1/2**

Le cosinus est périodique de période 2π.

$17\pi/3 = 6\pi/3 + 6\pi/3 + 5\pi/3 = 2\pi + 2\pi + 5\pi/3$.

$\cos(17\pi/3) = \cos(5\pi/3) = \cos(2\pi - \pi/3) = \cos(-\pi/3) = \cos(\pi/3) = 1/2$.

A : $-\sqrt{3}/2$ ✗ B : $-1/2$ (erreur de signe) ✗ C : $1/2$ ✓ D : $\sqrt{3}/2$ (c'est $|\sin(17\pi/3)|$) ✗

QCM 9 **C** **BONNE RÉPONSE : 2^n**

Étape 1 : $1 + 1 = 2 = 2^1$

Étape 2 : $2 + 2 = 4 = 2^2$

Étape 3 : $4 + 4 = 8 = 2^3$

Étape 4 : $8 + 8 = 16 = 2^4$

À chaque étape, le résultat est doublé : à l'étape n, le résultat est 2^n.

A : $2n$ donne 6 à l'étape 3 au lieu de 8 ✗

B : n^2 donne 1 à l'étape 1 au lieu de 2 ✗

C : 2^n ✓

D : 2^{2n} donne 4 à l'étape 1 au lieu de 2 ✗

QCM 10 **A** **BONNE RÉPONSE : −4**

$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{RP} = \|\overrightarrow{PQ}\| \times \|\overrightarrow{RP}\| \times \cos(\text{angle entre PQ et RP})$.

$\|\overrightarrow{PQ}\| = 2$ (côté du carré) ; $\|\overrightarrow{RP}\| = 2\sqrt{2}$ (diagonale : $RP^2 = PQ^2 + QR^2 = 4 + 4 = 8$).

L'angle entre les vecteurs PQ et RP vaut 135°, $\cos 135° = -\sqrt{2}/2$.

$\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{RP} = 2 \times 2\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}/2) = -4$.

Vérification en coordonnées : P(0 ; 0), Q(2 ; 0), R(2 ; 2). Le vecteur PQ a pour coordonnées (2 ; 0), le vecteur RP (−2 ; −2), d'où $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{RP} = 2 \times (-2) + 0 \times (-2) = -4$.

A : −4 ✓ B : −2 ✗ C : 2 ✗ D : 4 (erreur de signe : c'est le produit scalaire de PQ et PR) ✗

Tu prépares le concours belge ?

EXCOSUP est la prépa 100 % en ligne conçue pour les étudiants qui visent médecine ou dentisterie en Belgique : annales corrigées, QCM d'entraînement, concours blancs et accompagnement personnalisé.

Découvrir la prépa

excosup.fr